4. Badaev S., Goncharov S., Podzorov S., Sorbi A. *Algebraic properties of Rogers semilattices of arithmetical numberings* // Computability and Models, S. B. Cooper and S. S. Goncharov eds. – New York: Kluwer/Plenum Publishers, 2003. – P. 45-77.

Е. Ю. Балакина

Новосибирский государственный университет,

issc2009@gmail.com

НЕКЛАССИЧЕСКАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА

Рассматривается процесс переноса частиц (в частности, фотонов) в рассеивающей и поглощающей среде. Целью работы является реконструкция радиационного поля при известных характеристиках среды, то есть нахождение плотности потока частиц при известных выходящем потоке частиц и коэффициентах уравнения.

В качестве математической модели взято линейное интегродифференциальное уравнение переноса, иногда называемое линейным уравнением Больцмана:

$$\omega \cdot \nabla_r f(r,\omega,E) + \mu(r,E) f(r,\omega,E) =$$
$$= \int\limits_{\Omega} \int\limits_{E_1}^{E_2} k(r,\omega\cdot\omega',E,E') f(r,\omega',E') dE' d\omega' + J(r,\omega,E). \quad (1)$$

Здесь r — пространственная переменная, $r \in G \subset \mathbb{R}^3$; G — выпуклая ограниченная область; ω — вектор, указывающий направление движения потока частиц, $\omega \in \Omega = \{\omega \in \mathbb{R}^3 : |\omega| = 1\}$; E — энергия движущейся частицы, $E \in I = [E_1, E_2]$.

В этом уравнении $f(r,\omega,E)$ — плотность потока частиц в точке r с энергией E, летящих в направлении ω. Функции μ, k, J характеризуют среду G, при этом $\mu(r,E)$ — коэффициент полного взаимодействия (эта величина обратна свободному пробегу и складывается из коэффициента рассеяния и коэффициента поглощения), $k(r,\omega\cdot\omega',E,E')$ — индикатриса рассеяния (величина, пропорциональная числу частиц, которые в точке r меняют направление ω' и энергию E' на ω и E соответственно), $J(r,\omega,E)$ — плотность внутренних источников.

К уравнению (1) можно присоединить граничное условие

$$f(\eta,\omega,E)=H(\eta,\omega,E), \quad (\eta,\omega,E)\in\Gamma^+ \tag{2}$$

либо граничное условие

$$f(\xi,\omega,E)=h(\xi,\omega,E), \quad (\xi,\omega,E)\in\Gamma^-. \tag{3}$$

Здесь функция $H(\eta,\omega,E)$ — плотность выходящего потока частиц, $h(\xi,\omega,E)$ — плотность падающего (входящего) потока, а Γ^- и Γ^+ — некоторые подмножества $\partial G\times\Omega\times I$.

Определение 1. *Задачу определения функции f из уравнения (1) и граничного условия (3) при известных μ, k, J, h будем называть классической краевой задачей (прямой задачей).*

Определение 2. *Задачу определения функции f из уравнения (1) и граничного условия (2) при известных μ, k, J, H будем называть неклассической краевой задачей (или задачей реконструкции радиационного поля).*

Классическая краевая задача была решена ранее (см. [1]). Также в [2] была предложена к рассмотрению смешанная краевая задача, в качестве граничных данных которой заданы плотности входящего потока на одной части границы и выходящего — на другой.

В работе [3] автором доказано, что решение задачи (1), (2) представляется в виде ряда Неймана. Этот ряд сходится при некоторых ограничениях на функции $\mu(r,\omega,E)$ и $k(r,\omega\cdot\omega',E,E')$. Исходя из полученного представления, указаны ограничения на среду, достаточные для существования и единственности решения неклассической краевой задачи в некотором классе. Также найдены нетривиальные отличия этой задачи от так называемой классической прямой задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009 – 2013 годы (госконтракт 16.740.11.0127).

ЛИТЕРАТУРА

1. Аниконов Д. С., Ковтанюк А. Е., Прохоров Н. В. *Использование уравнения переноса в томографии.* – М.: Логос, 2000.

2. Агошков В. И. // Дифференц. уравнения. – Т. 27. – № 6. – С. 1002-1006.

3. Балакина Е. Ю. *Неклассическая краевая задача для уравнения переноса* // Дифференц. уравнения. – Т. 45. – № 9. – С. 1219-1228.